

### 5.2.3.3 Grundlagen Festigkeitslehre – Lösungen

#### Aufgabe 1 - Lösung: Schnittverfahren bei Biege-, Zug- und Abscherbelastung

Schnitt X-X

Bei der Lösung der Aufgabe sollte mit dem Schnitt begonnen werden, der der äußeren Betriebskraft (hier  $F=3000\text{N}$ ) am nächsten liegt.

Das freigemachte Teilstück würde von der Kraft  $F$  nach rechts verschoben werden. Da die Summe aller Kräfte gleich Null sein muss, wirkt die innere Kraft  $F_q$  im Querschnitt als Querkraft in die entgegen gesetzte Richtung. Das Kräftepaar  $F$  und  $F_q$  bewirkt ein rechtsdrehendes Moment, das von dem inneren Moment  $M_b$  ausgeglichen wird.

$$\sum F_x = 0 = F - F_q \quad \Rightarrow \quad F_q = F = 3000\text{N}$$

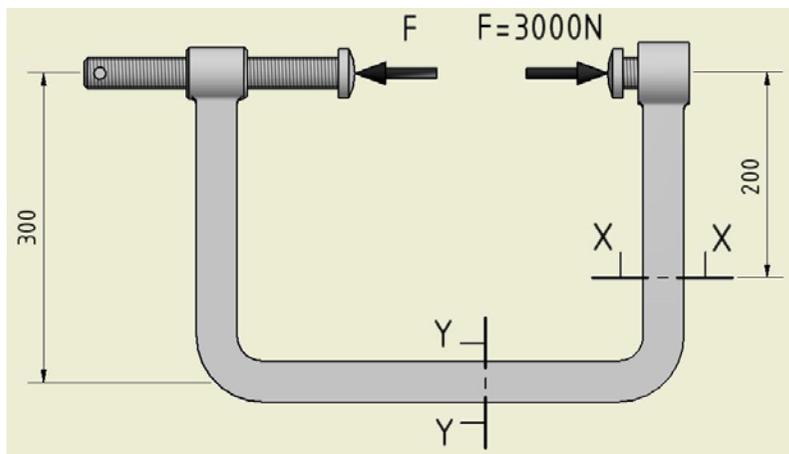
$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l + M_b \quad \Rightarrow \quad M_b = F \cdot l_1 = 600\text{Nm}$$

Belastung im Querschnitt X-X

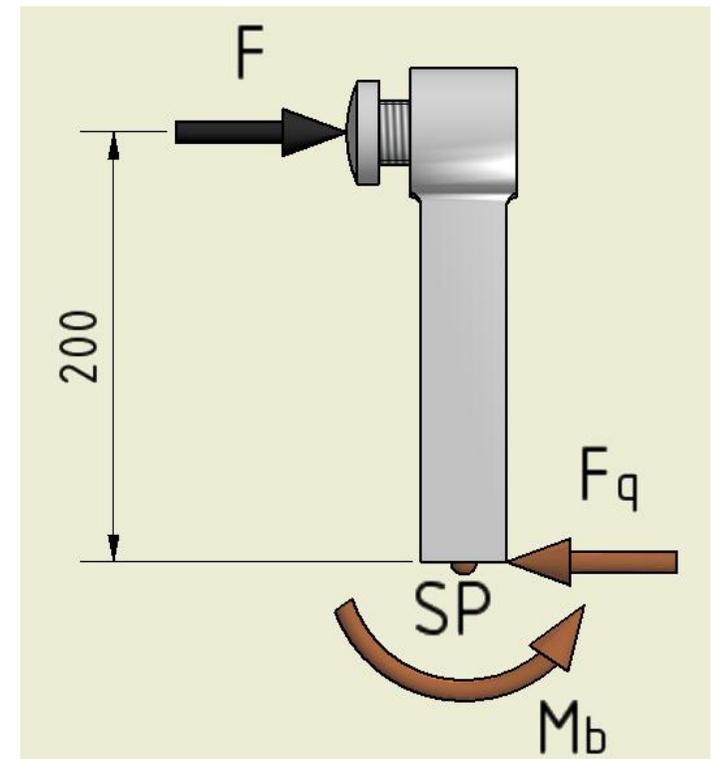
Abscherbeanspruchung durch die Querkraft  $F_q = 3000\text{N}$

Biegemoment  $M_b = 600\text{Nm}$

Biegespannung  $\sigma_b = M_b / W$



Stand 17.03.2014



1

IQT\_Festigkeits.doc

## Aufgabe 1 - Lösung: Schnittverfahren bei Biege-, Zug- und Abscherbelastung

Schnitt Y-Y

Das freigemachte Teilstück II würde von der Kraft  $F$  nach links verschoben werden. Da die Summe aller Kräfte gleich Null sein muss, wirkt die innere Kraft  $F_N$  rechtwinklig zum Querschnitt als Normalkraft in die entgegengesetzte Richtung. Das Kräftepaar  $F$  und  $F_N$  bewirkt ein linksdrehendes Moment, das von dem inneren Moment  $M_b$  ausgeglichen wird.

$$\sum F_x = 0 = -F + F_N \Rightarrow F_N = F = 3000\text{N}$$

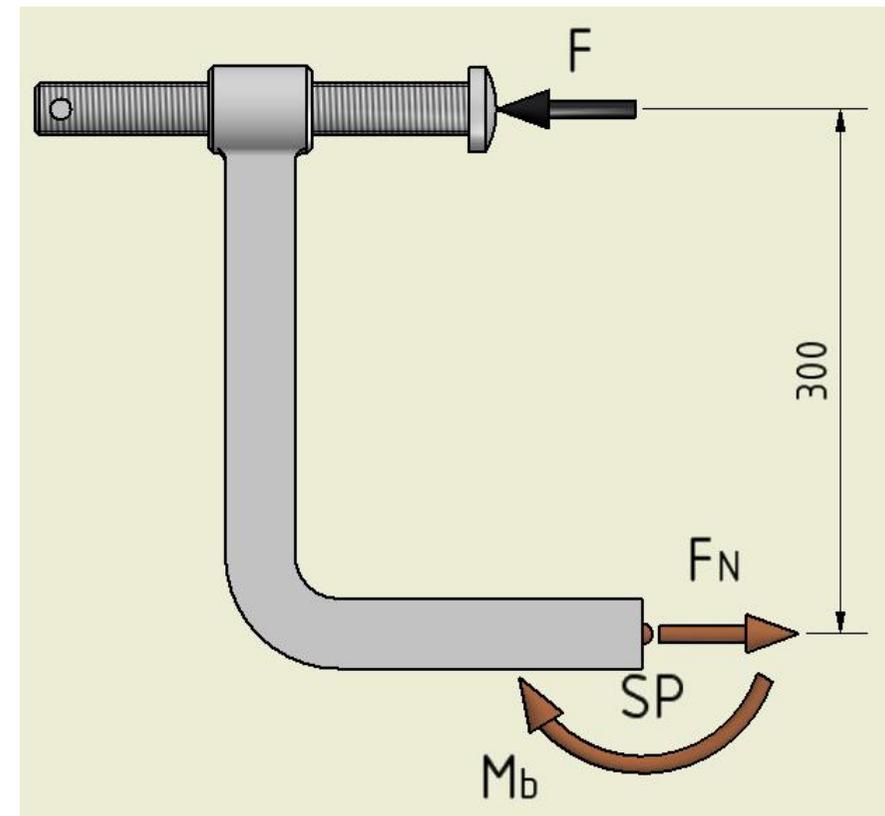
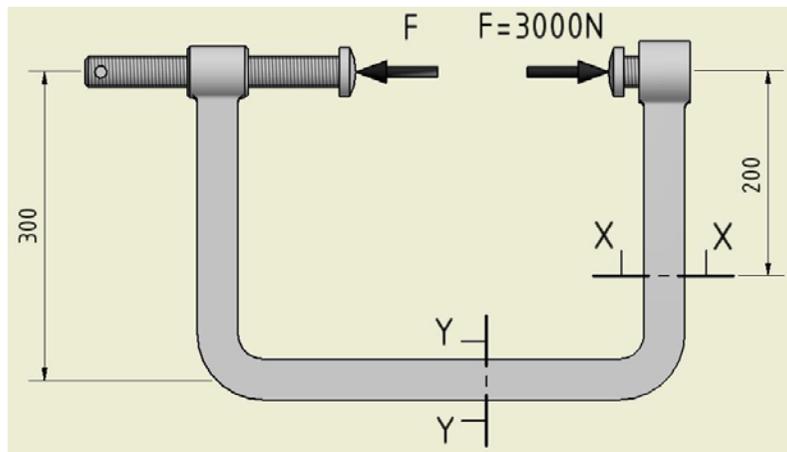
$$\sum M_{SP} = 0 = F \cdot l_2 - M_b \Rightarrow M_b = F \cdot l_2 = 900\text{Nm}$$

Belastung im Querschnitt Y-Y

Zugbeanspruchung durch die Normalkraft  $F_N = 3000\text{N}$

Biegemoment  $M_b = 900\text{Nm}$

Biegespannung  $\sigma_b = M_b / W$



## Aufgabe 2: Schnittverfahren bei mehreren Belastungsarten - Lösung

### Schnitt I

Der freigemachte Handgriff würde von der Handkraft  $F$  nach unten verschoben werden. Da die Summe aller Kräfte gleich Null sein muss, wirkt die innere Kraft  $F_q$  im Querschnitt als Querkraft in die entgegen gesetzte Richtung. Das Kräftepaar  $F$  und  $F_q$  bewirkt ein rechtsdrehendes Moment, das von dem inneren Moment  $M_b$  ausgeglichen wird.

$$\sum F_y = 0 = -F + F_q \Rightarrow F_q = F = 200N$$

$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l_1 + M_b \Rightarrow M_b = F \cdot l_1$$

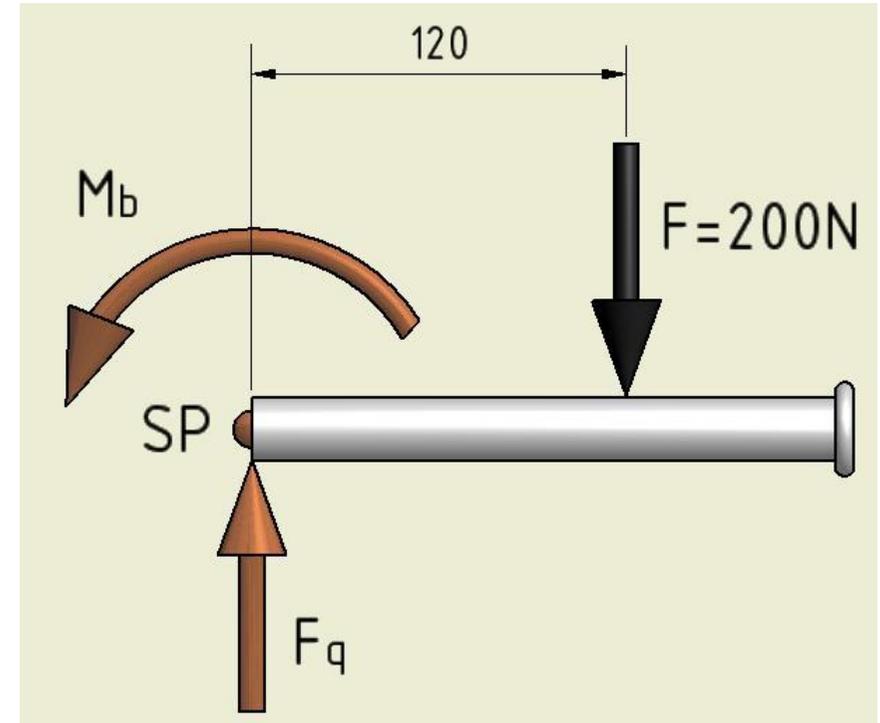
$$M_b = 200N \cdot 120mm = 24Nm$$

Belastung im Querschnitt I:

Abscherbeanspruchung durch die Querkraft  $F_q = 200N$

Biegemoment  $M_b = 24Nm$

Biegespannung  $\sigma_b = M_b / W$



## Aufgabe 2: Schnittverfahren bei mehreren Belastungsarten - Lösung

### Schnitt II

Der Hebelarm ist der lotrechte Abstand der angreifenden Kraft zum Drehpunkt.

Die Handkraft  $F$  besitzt somit zum Flächenschwerpunkt „SP“ der Schnittfläche einen horizontalen und einen vertikalen Hebelarm.

Zwei Hebelarme bewirken zwei Momente. Die Handkraft  $F$  verursacht in der Schnittfläche

zusammen mit dem Hebelarm  $l_1=130\text{mm}$  ein Torsionsmoment  $M_t$ , der Hebelarm  $l_2=200\text{mm}$  ein Biegemoment  $M_b$ .

Diesem äußeren Kräftesystem muss im Schnitt II ein entsprechendes Inneres entgegengesetzt werden. Es besteht aus drei Komponenten:

$$\sum F_y = 0 = -F + F_q \Rightarrow F_q = F = 200\text{N}$$

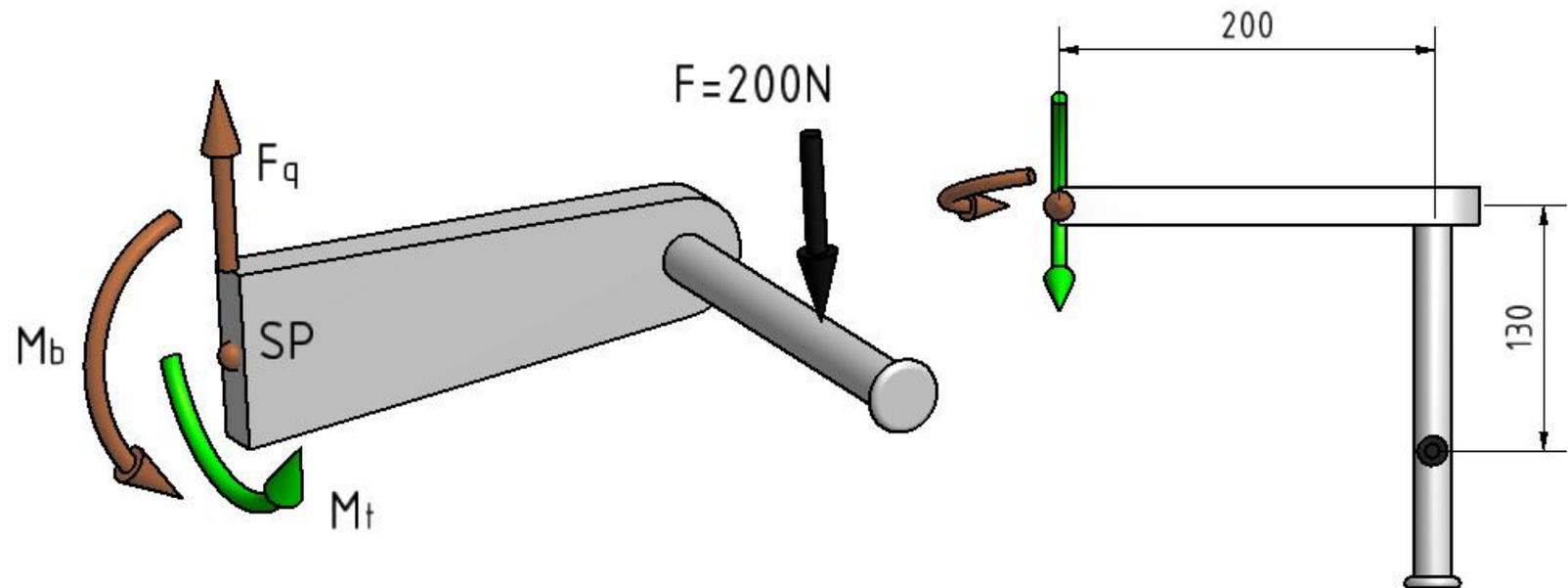
Abscherbeanspruchung durch die Querkraft  $F_q = 200\text{N}$

$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l_2 + M_b \Rightarrow M_b = F \cdot l_2 = 40\text{Nm}$$

Biegemoment  $M_b = 40\text{Nm}$  Biegespannung  $\sigma_b = M_b / W$

$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l_1 + M_T \Rightarrow M_T = F \cdot l_1 = 26\text{Nm}$$

Torsionsmoment  $M_T = 26\text{Nm}$  Torsionsspannung  $\tau_t = M_T / W_p$



## Aufgabe 2: Schnittverfahren bei mehreren Belastungsarten - Lösung

### Schnitt III

Wie im vorhergehenden Schnitt bewirkt die Handkraft  $F$  bedingt durch zwei lotrecht zur Wirkrichtung der Kraft liegende Hebelarme sowohl ein Biegemoment als auch ein Torsionsmoment.

$$\sum F_y = 0 = -F + F_q$$

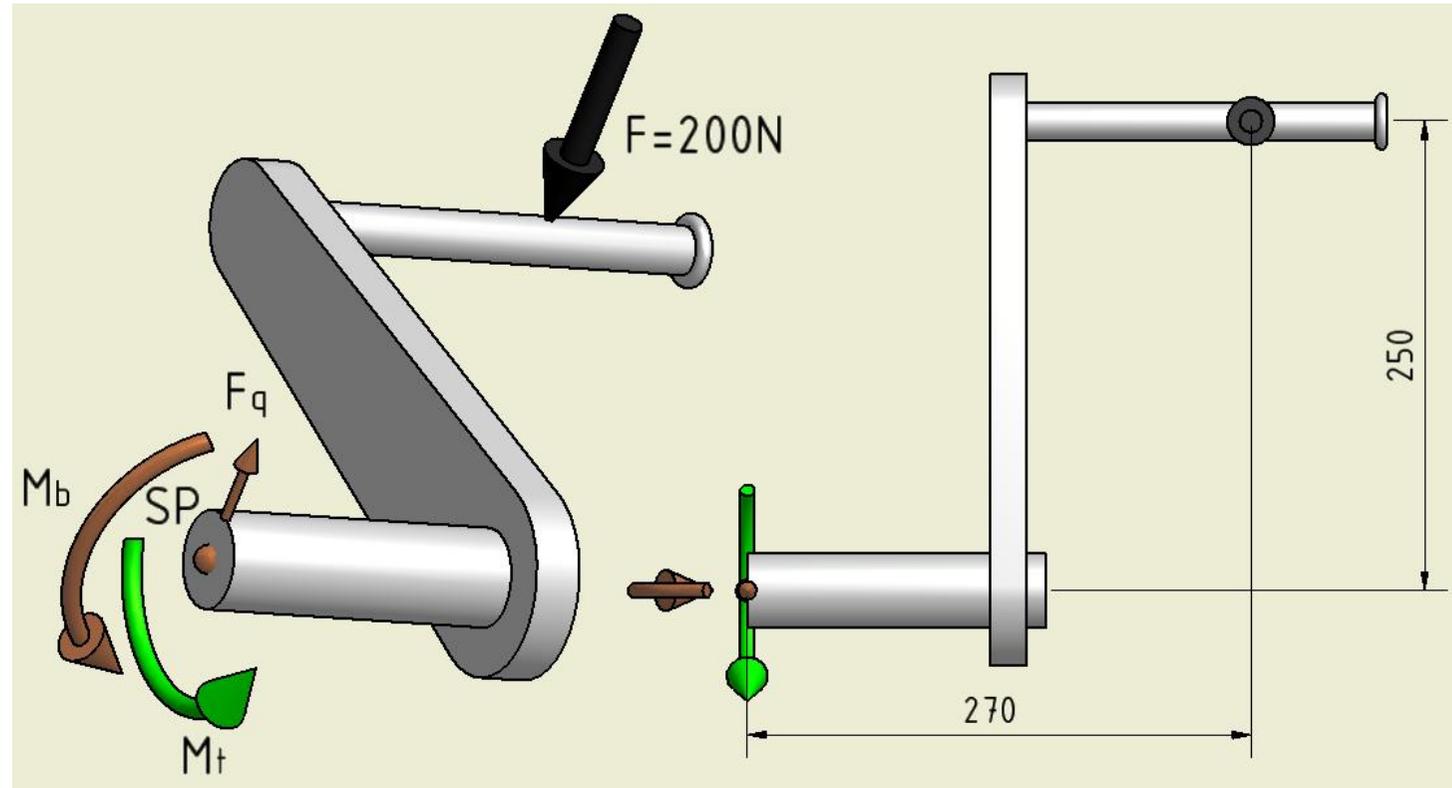
$$F_q = F = 200\text{N}$$

$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l_4 + M_b$$

$$M_b = F \cdot l_4 = 54\text{Nm}$$

$$\sum M_{SP} = 0 = -F \cdot l_6 + M_T$$

$$M_T = F \cdot l_6 = 50\text{Nm}$$



Belastung im Querschnitt III

Biegemoment  $M_b = 54\text{Nm}$

Biegespannung  $\sigma_b = M_b / W$

Abscherbeanspruchung durch die Querkraft  $F_q = 200\text{N}$

Torsionsmoment  $M_T = 50\text{Nm}$

Torsionsspannung  $\tau_t = M_T / W_p$

### Aufgabe 3: Zugbeanspruchung - Lösung

Die Dehnung des Drahtes

$$\varepsilon = \Delta l / l_0 = 4\text{mm} / 2000\text{mm} = 0,002$$

Angabe in Prozent:

$$\varepsilon = 0,002 \cdot 100\% = 0,2\%$$

Die vorhandene Zugspannung

$$\sigma_z = \varepsilon \cdot E = 0,002 \cdot 210000 \text{ N/mm}^2 = 420 \text{ N/mm}^2$$

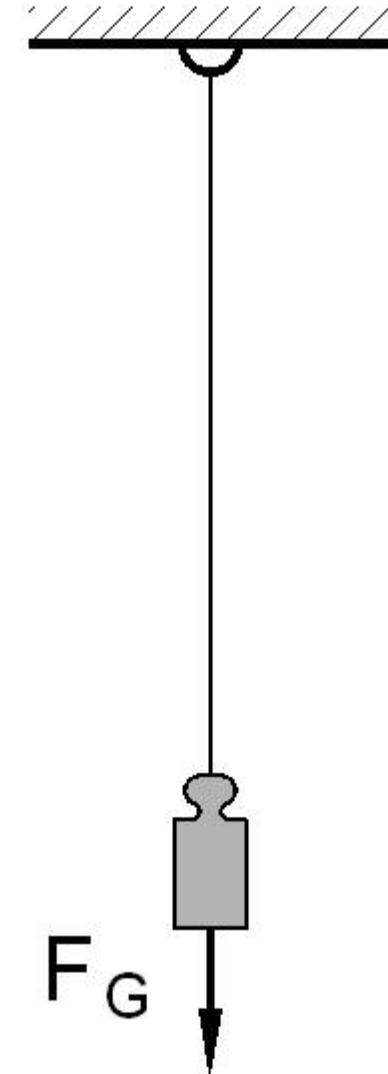
Die Querschnittsfläche des Drahtes:

$$A = d^2 \cdot \pi / 4 = \pi / 4 \cdot (1\text{mm})^2 = 0,785\text{mm}^2$$

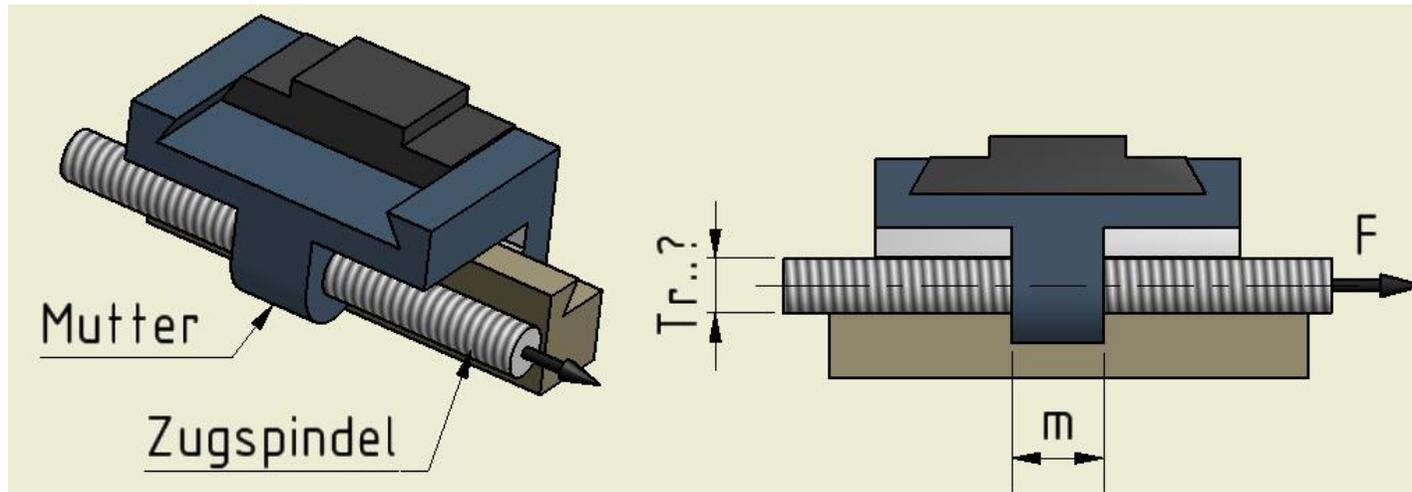
Die Zugkraft  $F_N$

$$\sigma_z = F_G / A$$

$$F_G = \sigma_z \cdot A = 420 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,785\text{mm}^2 = 329,7 \text{ N}$$



### Aufgabe 4 – Lösung: Flächenpressung am Gewinde



$$A_{erf} = \frac{F}{\sigma_{zzul}} = \frac{20000N}{80N/mm^2} = 250mm^2$$

gewählt wird das Trapezgewinde mit dem nächst höheren Kernquerschnitt  $A_3 = 269mm^2$  (Tr 24x5)  
 Flankendurchmesser  $d_2 = 21,5mm$       Tragtiefe  $H_1 = 2,5mm$       z.B. aus Formelsammlung Böge S. 49

$$p = \frac{F \cdot P}{\pi \cdot d_2 \cdot H_1 \cdot m} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F \cdot P}{\pi \cdot d_2 \cdot H_1 \cdot p} = \frac{20000N \cdot 5mm}{\pi \cdot 21,5mm \cdot 2,5mm \cdot 15N/mm^2} = 39,48mm$$

gewählt Mutterhöhe  $m = 40mm$

**Aufgabe 5 - Lösung: Flächenpressung (Gleitlager)**

$$l/d = 1,2 \Rightarrow l = d \cdot 1,2$$

$$p = \frac{F_r}{A_{proj}} = \frac{F_r}{d \cdot l} = \frac{F_r}{d \cdot 1,2 \cdot d} = \frac{F_r}{1,2 \cdot d^2}$$

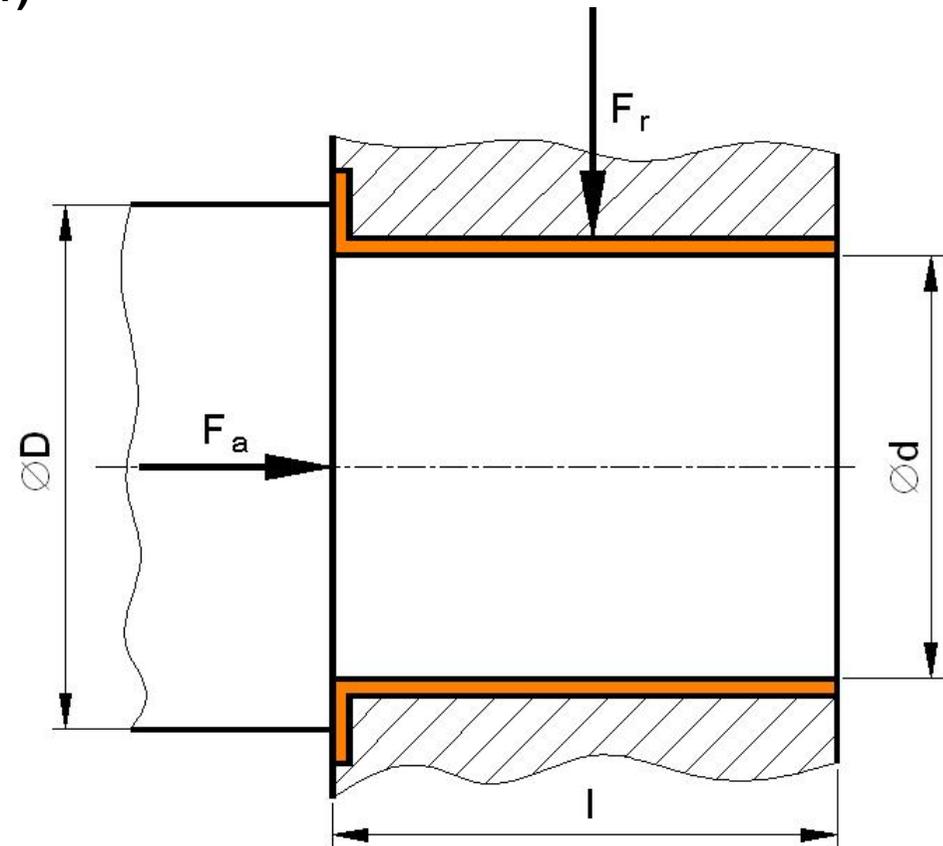
$$d = \sqrt{\frac{F_r}{1,2 \cdot p}} = \sqrt{\frac{15000N}{1,2 \cdot 5N/mm^2}} = 50mm$$

$$l = d \cdot 1,2 = 50mm \cdot 1,2 = 60mm$$

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}$$

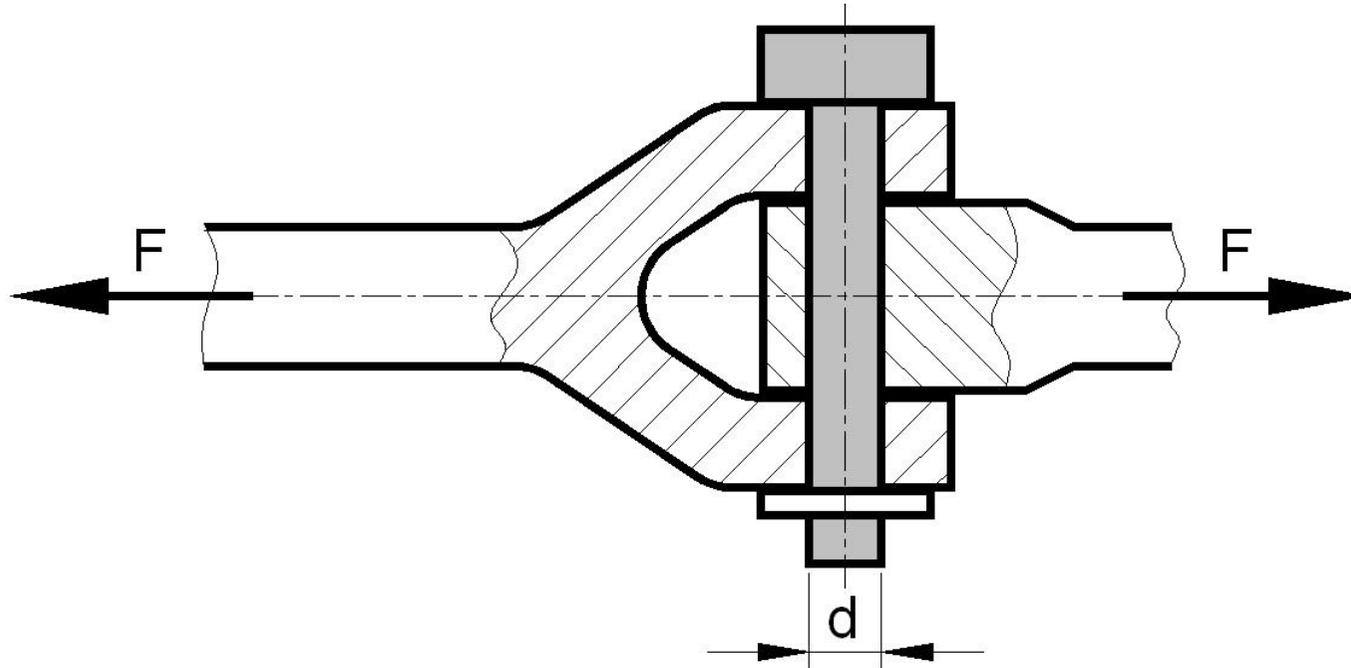
$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot p} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6000N}{\pi \cdot 5N/mm^2} + (50mm)^2} = 63,47mm$$

gewählt  $D = 65mm$



## Aufgabe 6 - Lösung: Abscherspannung

Gegeben:  $F=20\text{ kN}$  und  $\tau_{\text{azul}} = 60\text{ N/mm}^2$



Umstellen der Hauptgleichung für die Abscherspannung nach dem Bolzendurchmesser:

$$\tau_{\text{azul}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot \tau_{\text{azul}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20000\text{N}}{\pi \cdot 60\text{N/mm}^2}} = 14,56\text{mm}$$

gewählt  $d = 15\text{mm}$

## Aufgabe 7 - Lösung : Abscherspannung

Die an der Passschraube wirkende Kraft  $F_q$ :

$$\sum M_D = 0 = 6 \cdot F_q \cdot \frac{d_1}{2} - F_s \cdot \frac{d_2}{2}$$

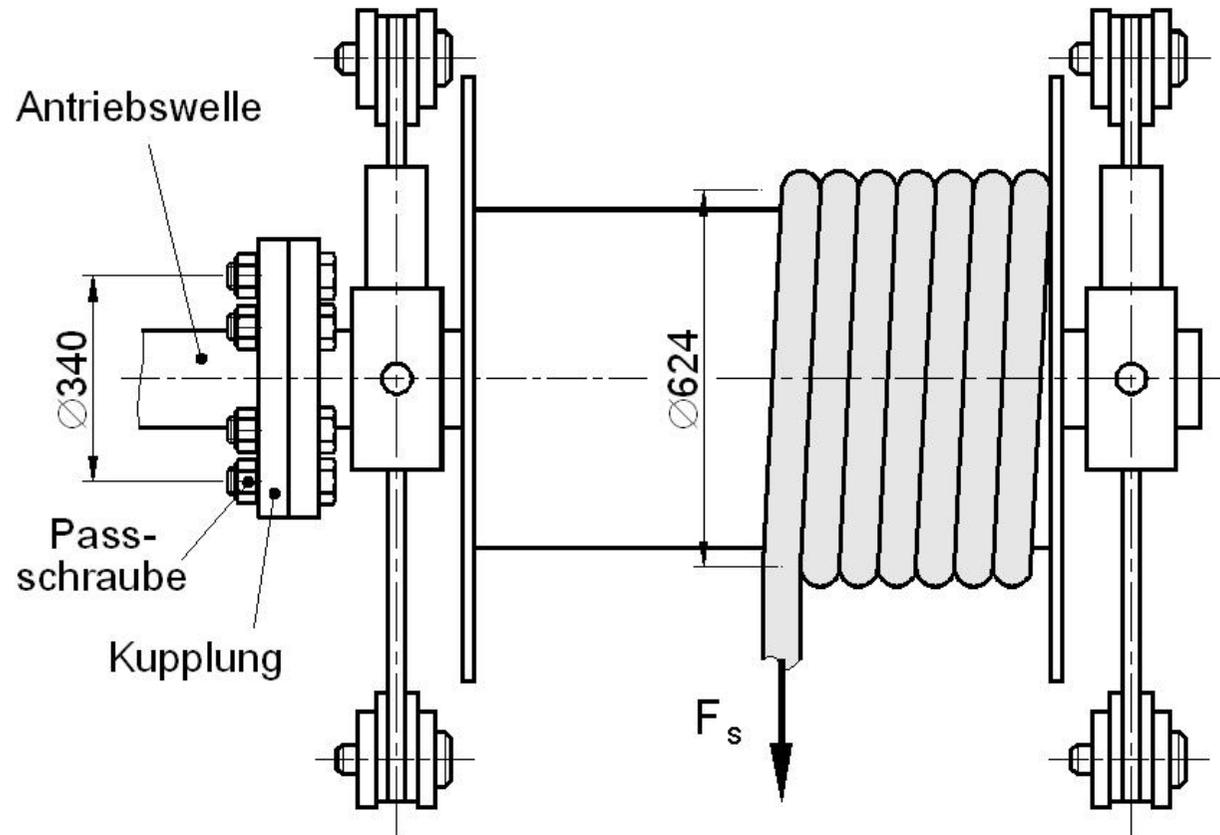
$$F_q = \frac{F_s \cdot d_2}{6 \cdot d_1} = \frac{150 \text{ kN} \cdot 624 \text{ mm}}{340 \text{ mm}} = 45,9 \text{ kN}$$

Der erforderliche Schraubendurchmesser  $d$ :

$$\tau_a = \frac{F_q}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4 \cdot F_q}{\pi \cdot d^2} \quad d^2 = \frac{4 \cdot F_q}{\pi \cdot \tau_a}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F_q}{\pi \cdot \tau_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 45900 \text{ N}}{\pi \cdot 80 \text{ N/mm}^2}} = 27 \text{ mm}$$

gewählt M27 mit  $d = 28 \text{ mm}$



### Aufgabe 8 - Lösung: Abscherspannung

Gegeben:

$$F_G = 30 \text{ kN} \quad F_S = 150 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 = F_A \cdot 1,665 \text{ m} + F_G \cdot 0,876 \text{ m} - F_S \cdot 1,64 \text{ m}$$

$$F_A = \frac{F_S \cdot 1,640 \text{ m} - F_G \cdot 0,876 \text{ m}}{1,665 \text{ m}}$$

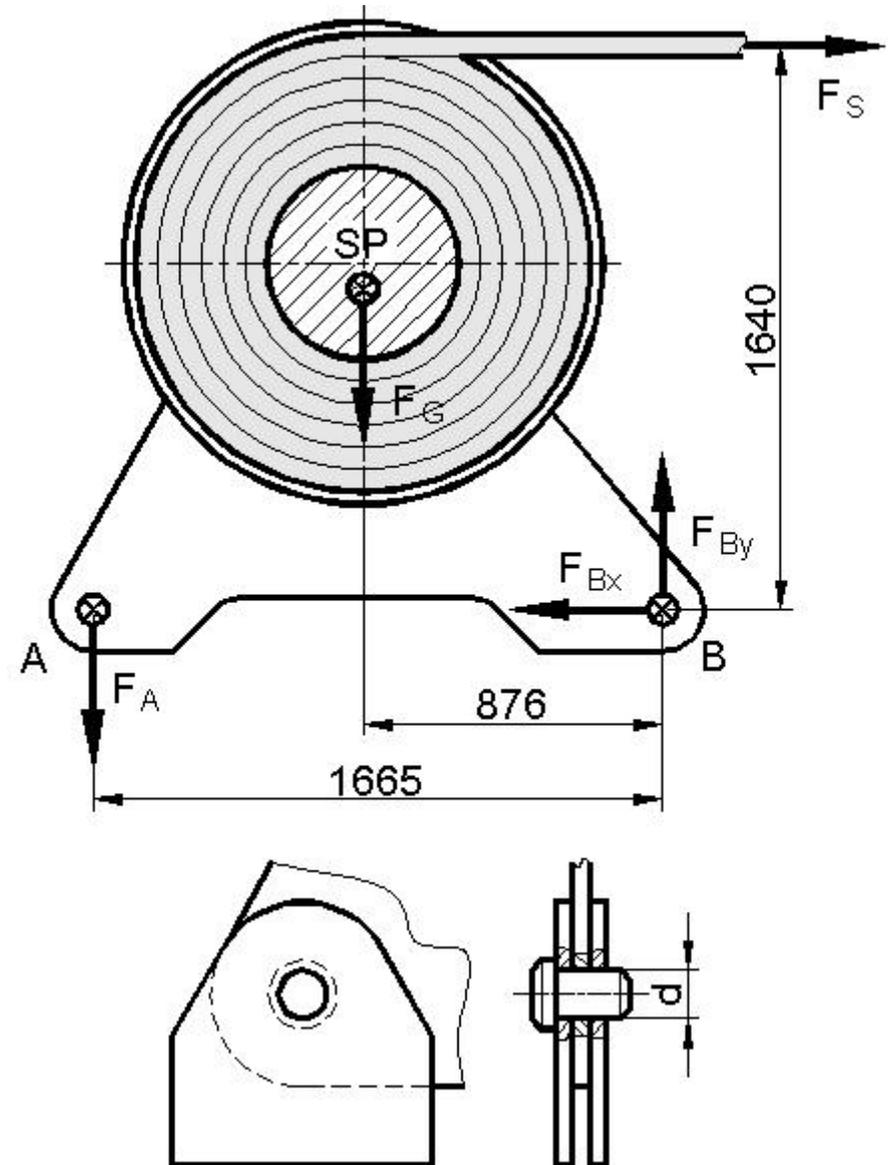
$$F_A = \frac{150 \text{ kN} \cdot 1,640 \text{ m} - 30 \text{ kN} \cdot 0,876 \text{ m}}{1,665 \text{ m}} = 132 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_S - F_{Bx} \Rightarrow F_S = F_{Bx} = 150 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_G - F_A \Rightarrow F_{By} = F_G + F_A$$

$$F_{By} = 30 \text{ kN} + 132 \text{ kN} = 162 \text{ kN}$$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{150^2 \text{ kN}^2 + 162^2 \text{ kN}^2} = 220,8 \text{ kN}$$



## Aufgabe 8 - Lösung: Abscherspannung

Der erforderliche Bolzendurchmesser d:

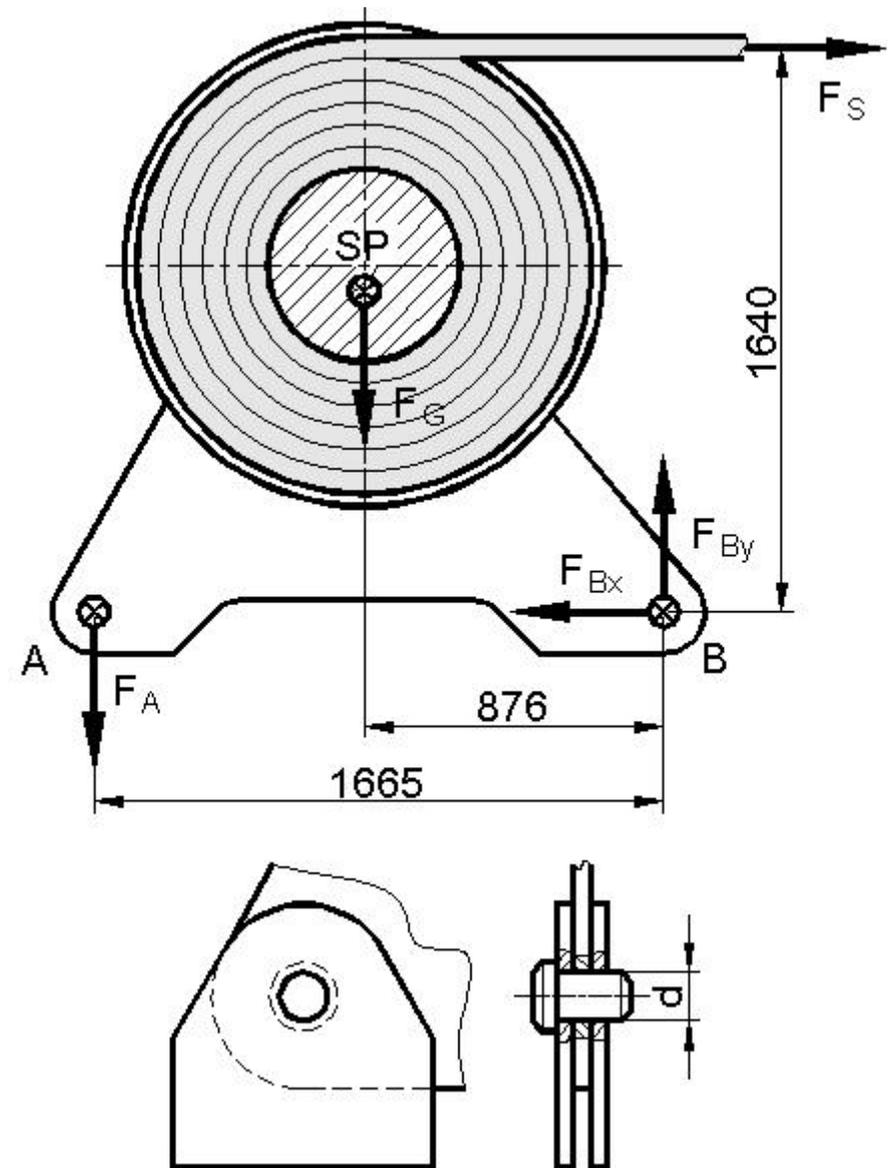
Hinweis: Zwei Abscherebenen, daher wird die Fläche verdoppelt.

$$\tau_a = \frac{F_B}{2 \cdot A} = \frac{F_B}{2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{2 \cdot F_B}{\pi \cdot d^2}$$

$$d^2 = \frac{2 \cdot F_B}{\pi \cdot \tau_a}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot F_B}{\pi \cdot \tau_a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 220800 \text{ N}}{\pi \cdot 90 \text{ N/mm}^2}} = 39,5 \text{ mm}$$

gewählt Bolzendurchmesser 40mm



## Aufgabe 9 - Lösung: Torsionsbelastung

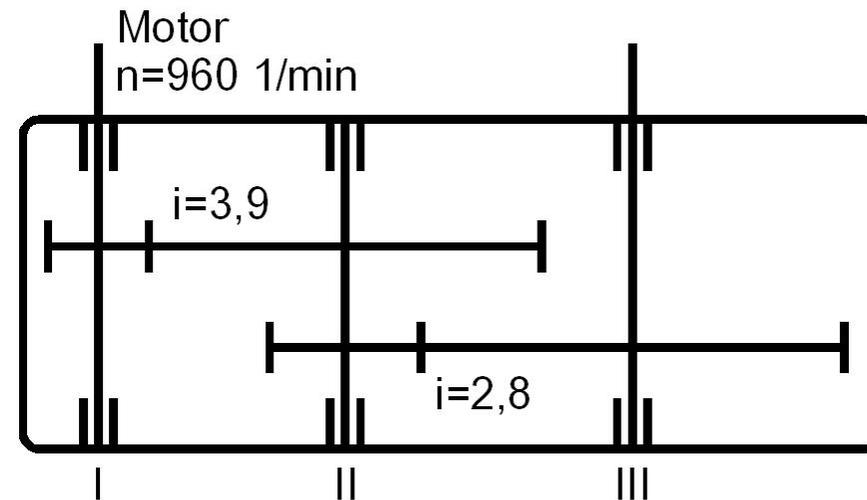
Gegebene Werte:

Wellenwerkstoff mit  $\tau_{tzul} = 25 \text{ N/mm}^2$

Motorkenndaten: 18 kW bei 960 1/min

Übersetzung  $i_1 = 3,9$

Übersetzung  $i_2 = 2,8$



Lösung:

$$M_I = 9550 \cdot \frac{P_{mot}}{n_1} = 9550 \cdot \frac{18 \text{ kW}}{960 \text{ min}^{-1}} = 179 \text{ Nm} = M_{II}$$

$$M_{II} = M_I \cdot i_1 = 179 \text{ Nm} \cdot 3,9 = 698 \text{ Nm}$$

$$M_{III} = M_{II} \cdot i_2 = 698 \text{ Nm} \cdot 2,8 = 1954 \text{ Nm}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{M_I \cdot 16}{\tau_{tzul} \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{179000 \text{ Nmm} \cdot 16}{25 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi}} = 33 \text{ mm} \Rightarrow 35 \text{ mm}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_{II} \cdot 16}{\tau_{tzul} \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{698000 \text{ Nmm} \cdot 16}{25 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi}} = 52 \text{ mm} \Rightarrow 55 \text{ mm}$$

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{M_{III} \cdot 16}{\tau_{tzul} \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{1954000 \text{ Nmm} \cdot 16}{25 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi}} = 74 \text{ mm} \Rightarrow 75 \text{ mm}$$

## Aufgabe 10 - Lösung: Torsionsbelastung und Verdrehwinkel

Gegebene Werte:

Wellenwerkstoff mit  $\tau_{tzul} = 40 \text{ N/mm}^2$

Motor肯daten: 12 kW bei 1460 1/min

$$a) \quad M_t = 9550 \cdot \frac{P_{mot}}{n} = 9550 \cdot \frac{12 \text{ kW}}{1460 \text{ min}^{-1}} = 78,5 \text{ Nm}$$

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{M_t \cdot 16}{\tau_{tzul} \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{78500 \text{ Nmm} \cdot 16}{25 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi}} = 21,5 \text{ mm} \quad \text{gewählt } 25 \text{ mm}$$

b) Da der Verdrehwinkel pro Meter Wellenlänge ermittelt werden soll, wird mit  $l = 1000 \text{ mm}$  gearbeitet. Der Wert des Schubmoduls  $G$  beträgt bei Stahl  $80000 \text{ N/mm}^2$ .

Die tatsächliche Torsionsspannung  $\tau_t$  bei einem Wellendurchmesser von  $d = 25 \text{ mm}$ :

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} \quad W_p = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 \quad (\text{bei Vollwellen}) \quad \tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 78500 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 25^3 \text{ mm}^3} = 25,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\varphi = \frac{\tau_t \cdot l}{G \cdot r} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{25,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 1000 \text{ mm}}{80000 \text{ N/mm}^2 \cdot 12,5 \text{ mm}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1,47^\circ$$

## Aufgabe 10 - Lösung: Torsionsbelastung und Verdrehwinkel

Gegebene Werte:

Wellenwerkstoff mit  $\tau_{zul} = 40 \text{ N/mm}^2$

Außendurchmesser der Hohlwelle  $D = 30 \text{ mm}$

Torsionsmoment =  $78,5 \text{ Nm}$

Dichte von Stahl  $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$

Länge der Welle  $l = 1400 \text{ mm}$

$$c) \quad d_{erf} = \sqrt[4]{D^4 - \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{zul}} \cdot D} = \sqrt[4]{30^4 \text{ mm}^4 - \frac{16 \cdot 78500 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 40 \text{ N/mm}^2} \cdot 30 \text{ mm}} = 26,7 \text{ mm} \quad \text{gewählt } 26 \text{ mm}$$

Gewicht der Vollwelle mit Durchmesser 25mm:

$$m = V \cdot \rho \quad V = A \cdot l = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \quad m = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \cdot \rho = \frac{0,25^2 \text{ dm}^2 \cdot \pi}{4} \cdot 14 \text{ dm} \cdot 7,85 \text{ kg/dm}^3 = 5,4 \text{ kg}$$

Gewicht der Hohlwelle mit  $D = 30 \text{ mm}$  (Außendurchmesser) und  $d = 26 \text{ mm}$  (Innendurchmesser):

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot l \quad m = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot l \cdot \rho = \frac{\pi}{4} (0,3^2 \text{ dm}^2 - 0,26^2 \text{ dm}^2) \cdot 14 \text{ dm} \cdot 7,85 \text{ kg/dm}^3 = 2 \text{ kg}$$

## Aufgabe 11: Torsionsbelastung - Lösung

Gegebene Werte:

Gewichtskraft des Fahrzeuges  $F = 2400\text{N}$

Die zulässige Schubspannung der Feder  $\tau_t = 320\text{ N/mm}^2$

$$\text{a) } M_t = F \cdot l_1 = 2400\text{N} \cdot 400\text{mm} = 960000\text{ Nmm}$$

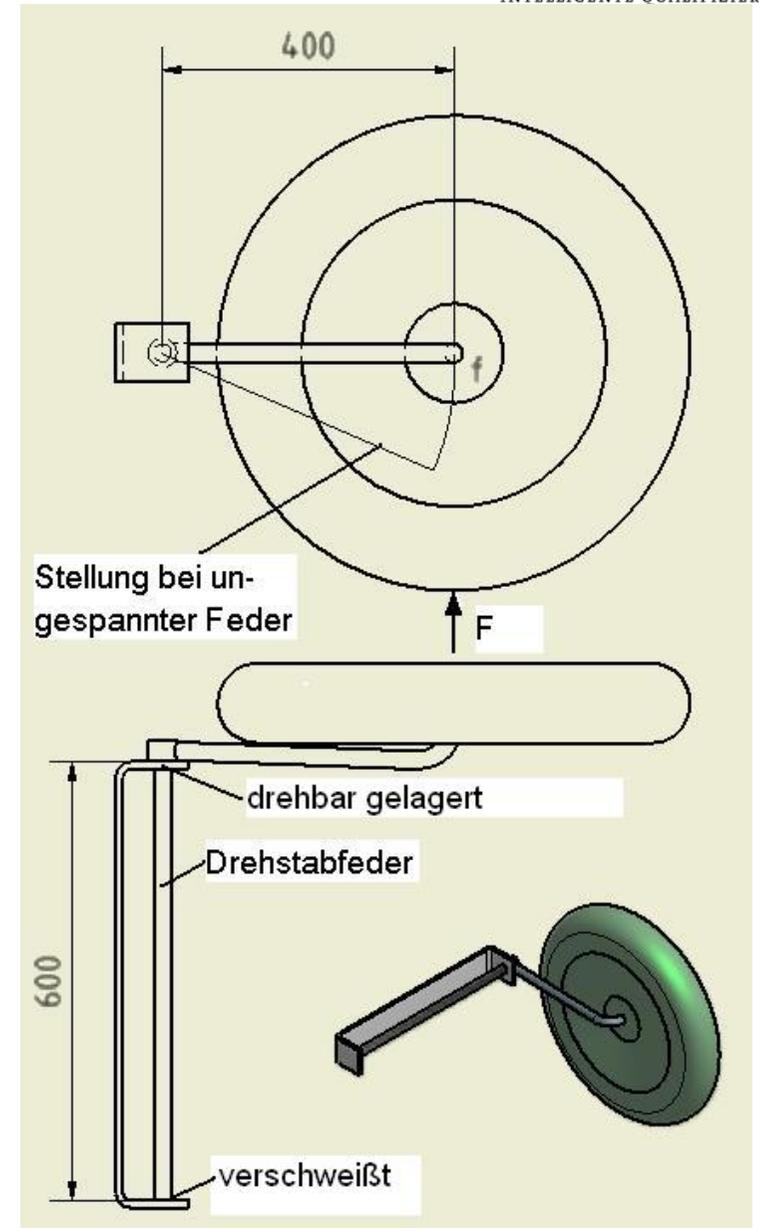
$$W_{\text{perf}} = M_T / \tau_{\text{tzul}}$$

$$D_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_{\text{perf}}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot \tau_{\text{tzul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 960000\text{Nmm}}{\pi \cdot 320\text{N/mm}^2}} = 24,8\text{mm}$$

gewählt  $D = 25\text{mm}$

$$\text{b) } \varphi = \frac{\tau_t \cdot l}{G \cdot r} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{320\text{N/mm}^2 \cdot 600\text{mm}}{80000\text{N/mm}^2 \cdot 12,5\text{mm}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 11^\circ$$

$$f = \pi \cdot l_1 \cdot \varphi / 180^\circ = \pi \cdot 400\text{mm} \cdot 11^\circ / 180^\circ = 76,8\text{mm}$$



## Aufgabe 12 - Lösung: Biegebelastung

Gegebene Werte:

Abmessungen Meißelquerschnitt:  $b = 20\text{mm}$  und  $h = 20\text{mm}$ .

Biegespannung  $\sigma_{\text{bzul}} = 260\text{ N/mm}^2$

Schnittkraft  $F_C = 4,9\text{kN}$ .

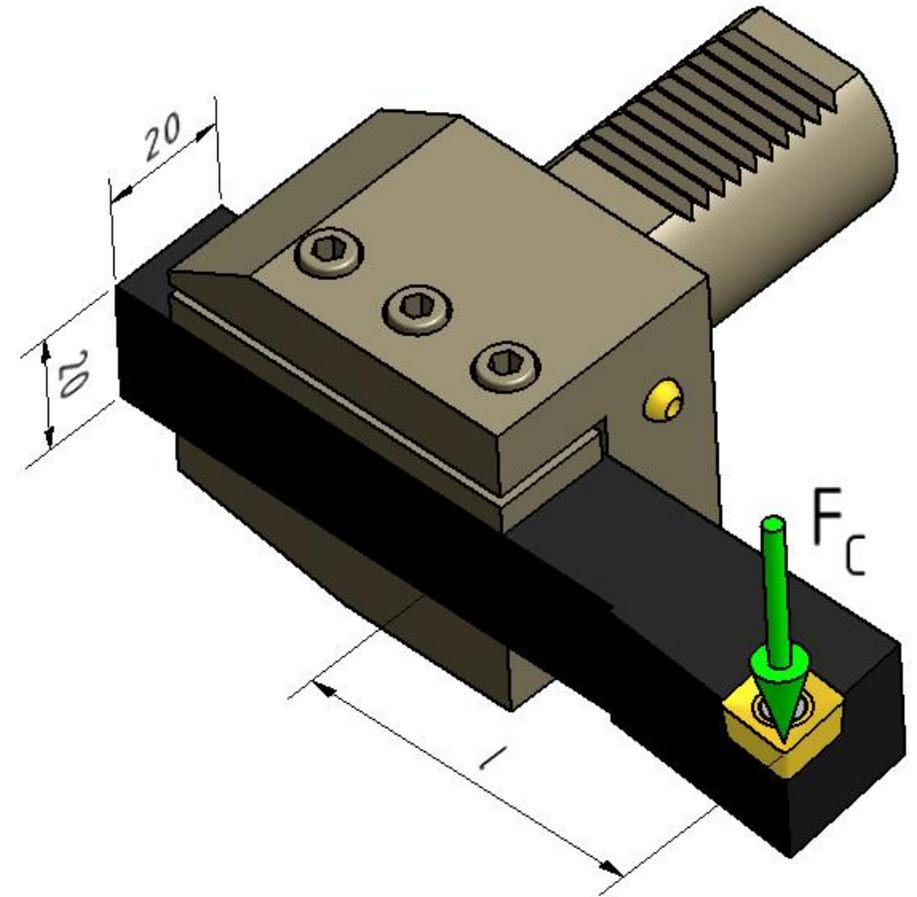
Widerstandsmoment Rechteckquerschnitt

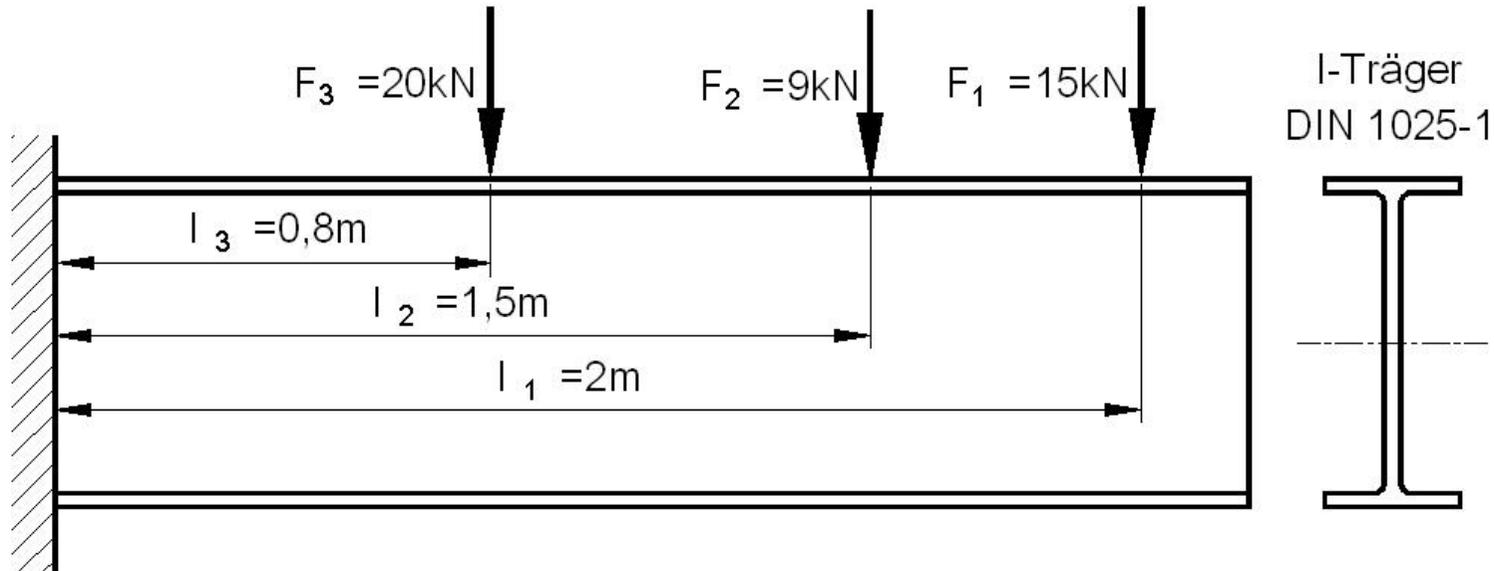
$$W = \frac{h^3}{6} = \frac{20^3\text{mm}^3}{6} = 1333\text{mm}^3$$

Biegespannung

$$M_b = \sigma_b \cdot W \quad \Rightarrow \quad F_C \cdot l = \sigma_b \cdot W$$

$$l = \frac{\sigma_b \cdot W}{F_C} = \frac{260\text{ N/mm}^2 \cdot 1333\text{mm}^3}{4900\text{ N}} = 70,7\text{mm}$$



**Aufgabe 13 - Lösung: Biegebelastung**


a) Der Querschnitt ist direkt an der Einspannstelle am stärksten gefährdet, da hier das Biegemoment am größten ist. Das axiale Widerstandsmoment ist über die gesamte Länge des Trägers konstant.

$$M_{b_{\max}} = F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 + F_3 \cdot l_3 = 15 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 9 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 0,8 \text{ m} = 59,5 \text{ kNm} = 59\,500\,000 \text{ Nmm}$$

$$\text{b) } W_x = \frac{59\,500\,000 \text{ Nmm}}{120 \text{ N/mm}^2} = 496\,000 \text{ mm}^3 = 496 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

c) nach Tabellenbuch gewählt nächst größeren Querschnitt I-280 nach DIN 1025-1 mit  $W_x = 542 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

$$\text{d) } \sigma_{\text{vorh}} = \frac{M_{b_{\max}}}{W_x} = \frac{59\,500\,000 \text{ Nmm}}{542\,000 \text{ mm}^3} = 109,8 \text{ N/mm}^2$$

### Aufgabe 14 - Lösung: Freiträger mit mehreren Lasten

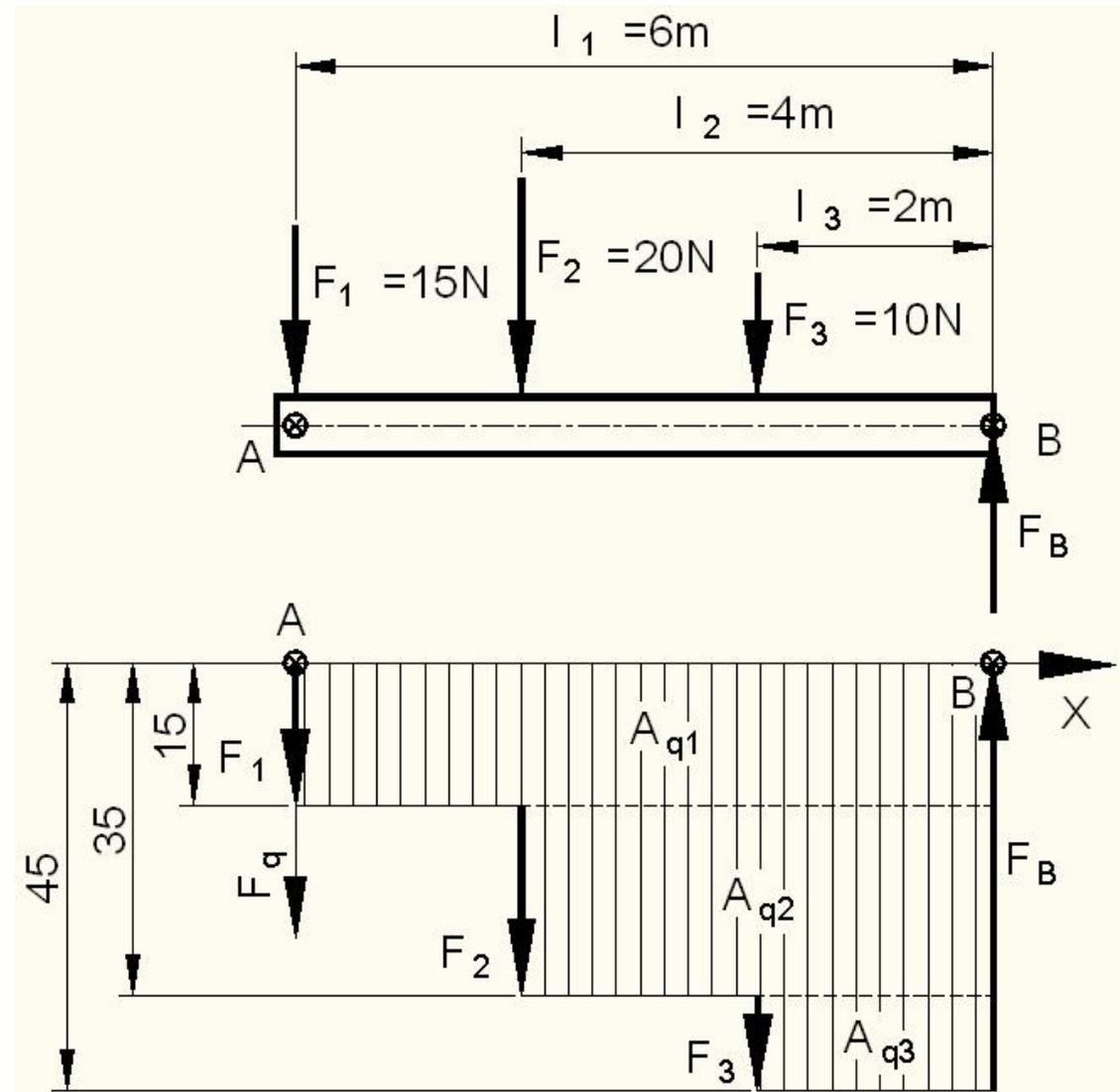
Berechnung der Kraft im Lager B:

$$F_B = F_1 + F_2 + F_3 = 15\text{N} + 20\text{N} + 10\text{N} = 45\text{N}$$

Querkraftverlauf:

Auf einen Freiträger wirken drei einzelne Kräfte. Die Querkraftbelastung steigt von Punkt A nach B stufenförmig an und erreicht ihren Maximalwert zwischen der Kraft  $F_3$  und dem Lager (Punkt B).

$$F_{q\max} = F_{q1} + F_{q2} + F_{q3} = F_B$$



## Aufgabe 15 - Lösung: Stützträger mit Einzellast

Berechnung der Auflagerkräfte:

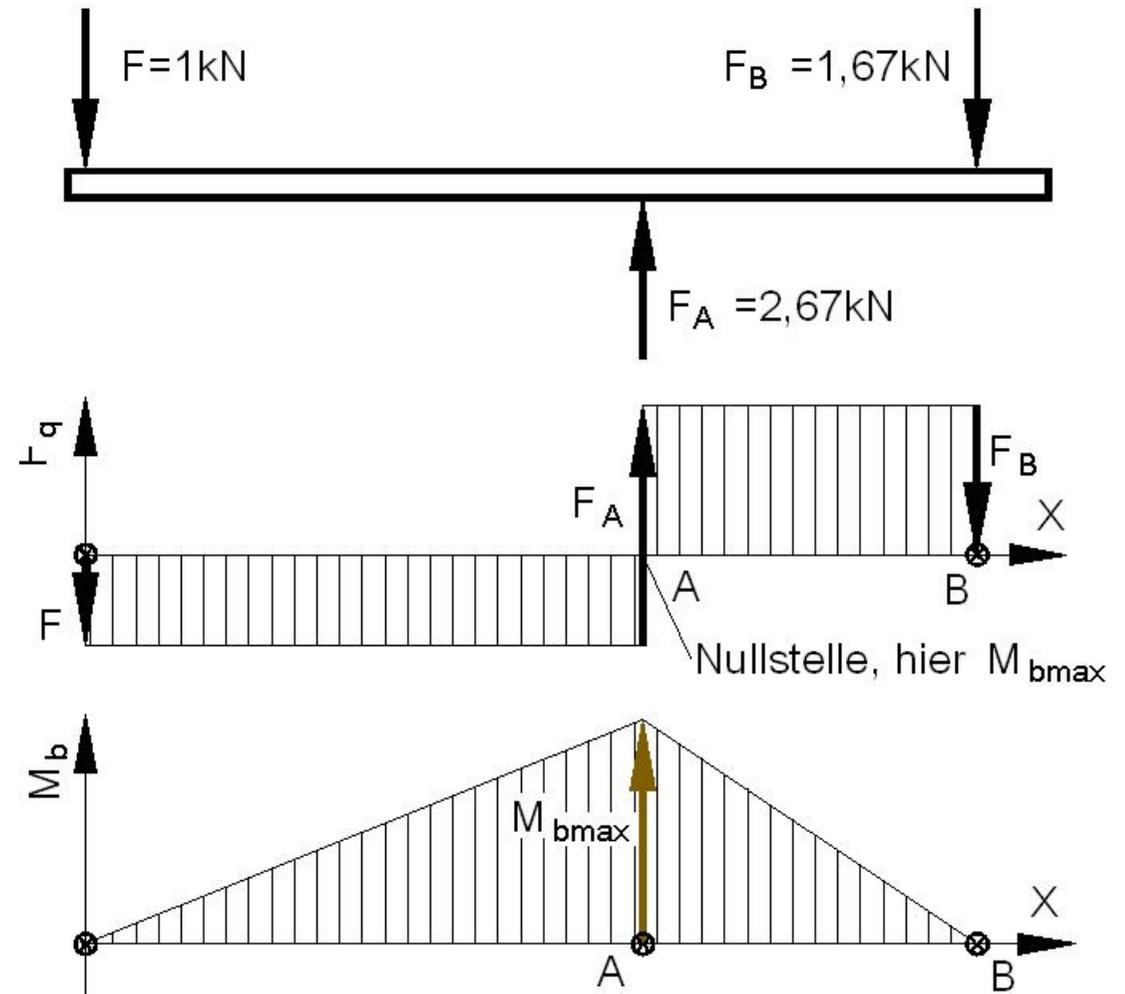
$$\Sigma M_A = 0 = F \cdot l_1 - F_B \cdot l_2$$

$$F_B = (F \cdot l_1) / l_2$$

$$F_B = (1\text{kN} \cdot 2,5\text{m}) / 1,5\text{m} = 1,67\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F - F_B$$

$$F_A = F + F_B = 1\text{kN} + 1,67\text{kN} = 2,67\text{kN}$$



**Aufgabe 16 - Lösung: Stützträger mit mehreren Einzellasten**

 Berechnung des Drehmomente  $M_t$ :

$$M_{tmot} = 9550 \cdot \frac{P_{mot}}{n} = 9550 \cdot \frac{12kW}{1450 \text{ min}^{-1}} = 79Nm$$

$$M_{tGetr} = M_{tmot} \cdot i = 79Nm \cdot 1,6 = 126,4Nm$$

Berechnung der Lagerkräfte:

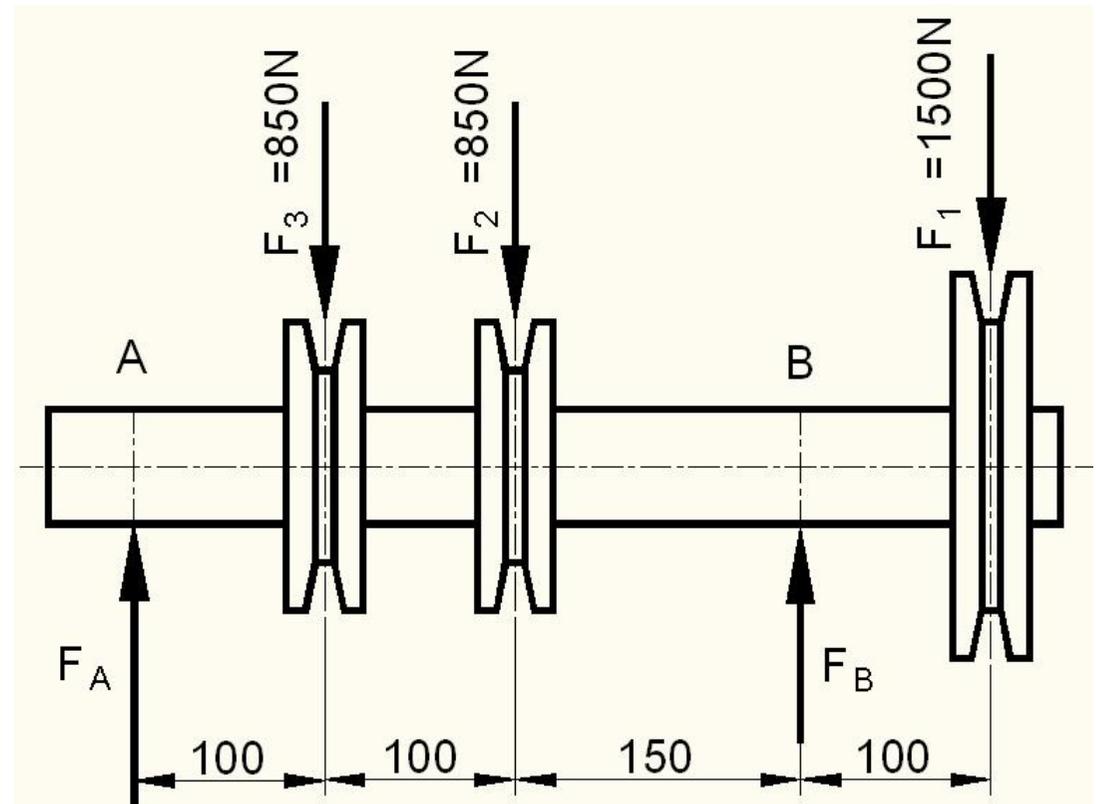
$$\Sigma M_A = 0 = -F_3 \cdot 0,1m - F_2 \cdot 0,2m + F_B \cdot 0,35m - F_1 \cdot 0,45m$$

$$F_B = (F_3 \cdot 0,1m + F_2 \cdot 0,2m + F_1 \cdot 0,45m) / 0,35m$$

$$F_B = (850N \cdot 0,1m + 850N \cdot 0,2m + 1500N \cdot 0,45m) / 0,35m = (85Nm + 170Nm + 675Nm) / 0,35m = 2657N$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F_3 - F_2 + F_B - F_1$$

$$F_A = F_3 + F_2 - F_B + F_1 = 850N + 850N - 2657N + 1500N = 543N$$



## Aufgabe 16 - Lösung:

### Stützträger mit mehreren Einzellasten

Querkraftverlauf siehe nebenstehende Abbildung

Berechnung der Biegemomente (linkes Teilstück):

Angriffspunkt der Kraft  $F_A$ :

$$F_A \text{ mit dem Hebelarm } 0 \rightarrow M_{b1} = 0$$

Angriffspunkt der Kraft  $F_3$ :

$$\text{Es wirken die Momente } -F_A \cdot 0,1\text{m} + F_3 \cdot 0\text{m} = -54,3\text{Nm}$$

Angriffspunkt der Kraft  $F_2$ :

$$\text{Es wirken die Momente } -F_A \cdot 0,2\text{m} + F_3 \cdot 0,1\text{m} = -23,6\text{Nm}$$

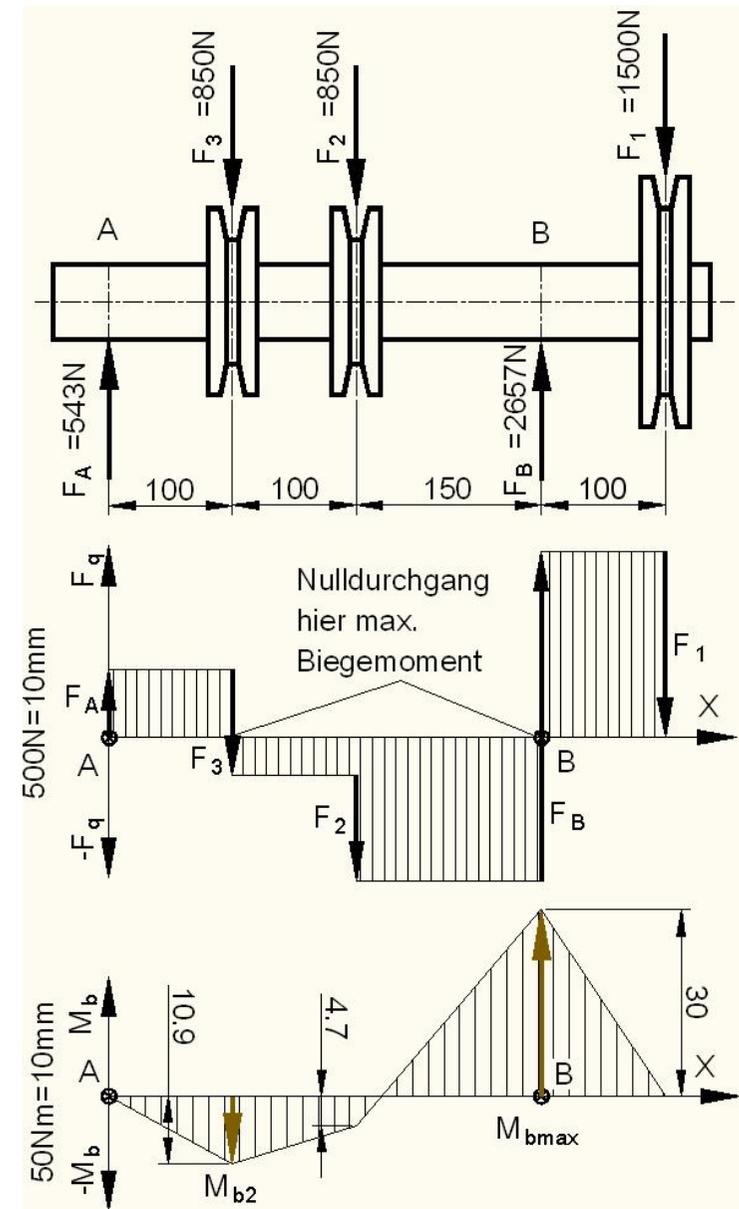
Angriffspunkt der Kraft  $F_B$ :

$$\text{Es wirken die Momente } -F_A \cdot 0,35\text{m} + F_3 \cdot 0,25\text{m} + F_2 \cdot 0,15\text{m} = 150\text{Nm}$$

Angriffspunkt der Kraft  $F_1$ :

$$\text{Es wirken die Momente } -F_A \cdot 0,45\text{m} + F_3 \cdot 0,35\text{m} + F_2 \cdot 0,25\text{m} - F_B \cdot 0,1\text{m} = 0$$

Biegemomentenverlauf siehe nebenstehende Abbildung

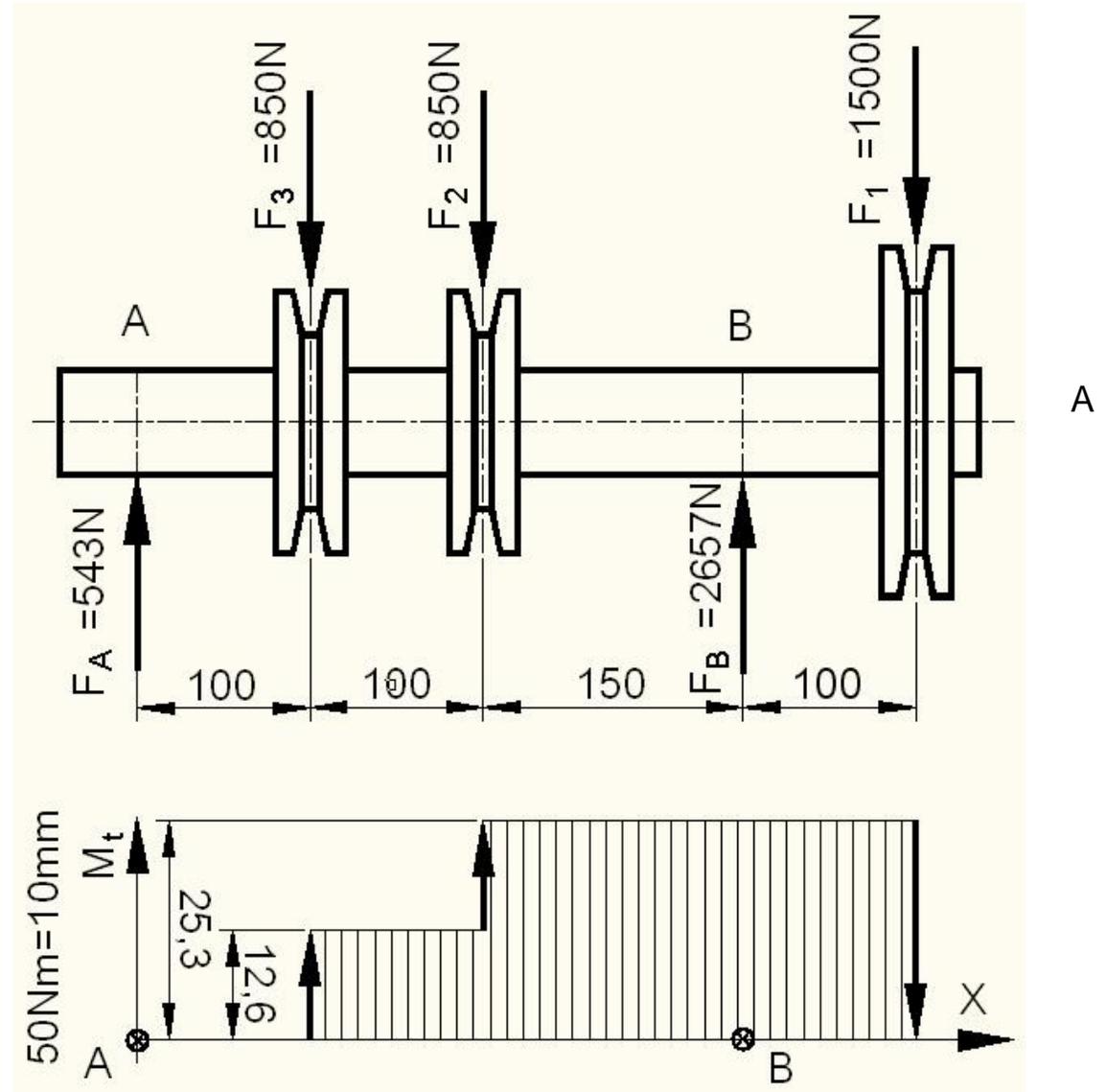


**Aufgabe 16 - Lösung: Stützträger mit mehreren Einzellasten**

Torsionsmomentenverlauf:

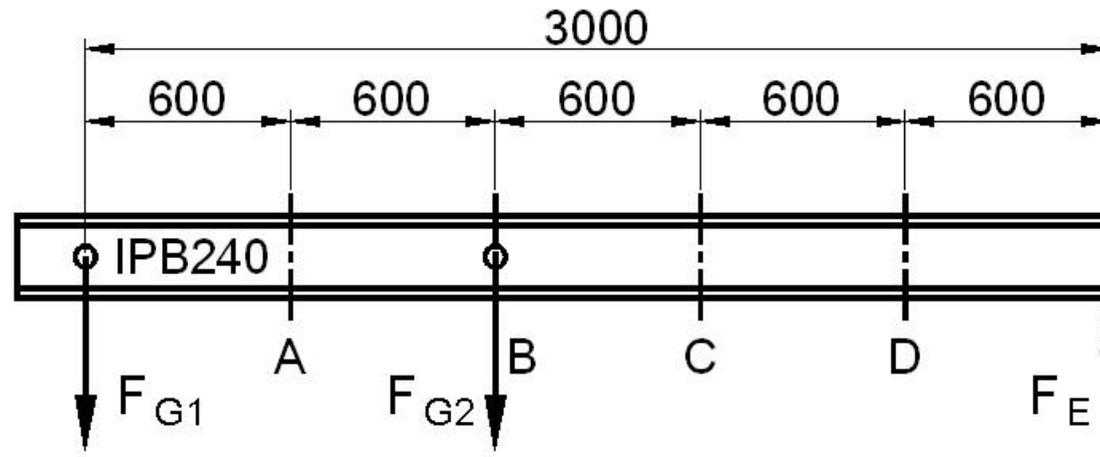
Das Drehmoment wird über die Riemenscheibe 1 auf die Welle übertragen und zu gleichen Teilen über die Scheiben 2 und 3 an die Pumpen weitergeleitet.

Der Bereich zwischen Riemenscheibe 3 und Lager wird vom Drehmoment nicht belastet.



### Aufgabe 17 - Lösung: Stützträger mit Einzel- und Streckenlasten - Lösung

a) Streckenlast für den schmalen Träger I 240 DIN1025 = 36,2 kg/m = 355 N/m (nach Tabellenbuch)



Querkraft und Biegemoment an der Einspannstelle „E“:

$$F_E = F' \cdot l + F_{G1} + F_{G2} = 355 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} + 1200 \text{ N} + 800 \text{ N} = 3065 \text{ N}$$

$$M_{b_{\max}} = F' \cdot l^2 / 2 + F_{G1} \cdot 3 \text{ m} + F_{G2} \cdot 1,8 \text{ m} = 355 \text{ N} \cdot (3 \text{ m})^2 / 2 + 1200 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} + 800 \text{ N} \cdot 1,8 \text{ m} = 6638 \text{ Nm}$$

Biegemomente in den Querschnitten A bis D:

$$M_{bA} = F' \cdot l^2 / 2 + F_{G1} \cdot 0,6 \text{ m} = 355 \text{ N} \cdot (0,6 \text{ m})^2 / 2 + 1200 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 784 \text{ Nm}$$

$$M_{bB} = F' \cdot l^2 / 2 + F_{G1} \cdot 1,2 \text{ m} = 355 \text{ N} \cdot (1,2 \text{ m})^2 / 2 + 1200 \text{ N} \cdot 1,2 \text{ m} = 1696 \text{ Nm}$$

$$M_{bC} = F' \cdot l^2 / 2 + F_{G1} \cdot 1,8 \text{ m} + F_{G2} \cdot 0,6 \text{ m} = 355 \text{ N} \cdot (1,8 \text{ m})^2 / 2 + 1200 \text{ N} \cdot 1,8 \text{ m} + 800 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 3215 \text{ Nm}$$

$$M_{bD} = F' \cdot l^2 / 2 + F_{G1} \cdot 2,4 \text{ m} + F_{G2} \cdot 1,2 \text{ m} = 355 \text{ N} \cdot (2,4 \text{ m})^2 / 2 + 1200 \text{ N} \cdot 2,4 \text{ m} + 800 \text{ N} \cdot 1,2 \text{ m} = 4862 \text{ Nm}$$

**Aufgabe 17 - Lösung: Stützträger mit Einzel- und Streckenlasten**

